Рух рідини і газів

1) Кучерук, гл. 7
2) Савельєв, Гл. IX
3) Стрелков С.П. „Механика", гл. 11-13

1. Основні властивості рідини та газів (Р. та Г.)

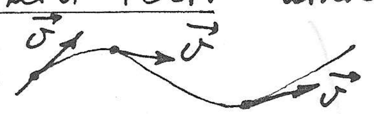
1) Немає сильного зв'язку між молекулами, як у тв. тілах
2) Хаотичний рух молекул. Вільне переміщення молекул одна відносно іншої
3) Р. та Г. не мають власної (певної) форми
4) Середня відстань між молекулами майже незмінна

2. Два методи вивчення Р. та Г. (метод Лагранжа та метод Ейлера).

Лагранж: рух Р. описується шляхом дослідження положення кожної частинки як функції часу

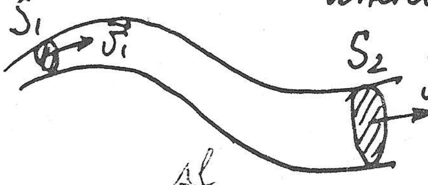
Ейлер: слідкують не за частинкою, а за окремою точкою простору. Вимірюють швидкості, з якими проходять через кожну таку точку окремі частинки Р. або Г.

3. <u>Лінія течії</u> – лінія, дотична до якої в кожній точці збігається з напрямом $\vec{v}$.



Лінія течії ≠ траєкторія руху частинки! Вони збігаються лише при <u>стаціонарному</u> русі Р. та Г. (в даній точці лінії течії вектор $\vec{v} = const$: із часом не змінюється).

4. <u>Трубка течії</u> – частина Р. або Г., обмежена лініями течії.



Маса Р. або Г., що переноситься через S за час Δt: $\Delta m = \rho \cdot \Delta V = \rho \cdot S \cdot \overbrace{v \cdot \Delta t}^{\Delta l}$

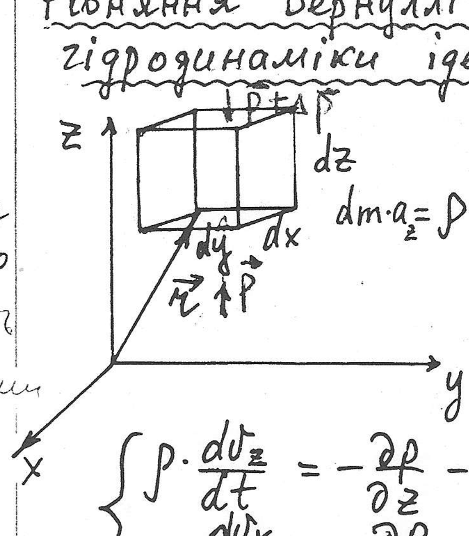
Для стац. потоку: $\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2$

Рідина – <u>ідеальна</u>: нестислива ($\rho = const$) та немає внутр. тертя (в'язкості).

$v_1 \cdot S_1 = v_2 S_2$ $\quad \boxed{v \cdot S = const}$ Умова нерозривності потоку

<u>Рівняння Бернуллі – основний закон гідродинаміки ідеальної рідини (або газу)</u>

Стрелков, с. 350



$$dV = dx\,dy\,dz$$

$$dm \cdot a_z = \rho \cdot dV \cdot \frac{dv_z}{dt} = \left(p - \left[p + \frac{\partial p}{\partial z} dz\right]\right) dx\,dy - \gamma dV \qquad (\gamma = \rho \cdot g)$$

$$\rho \cancel{dV} \cdot \frac{dv_z}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} \cdot \cancel{dx\,dy\,dz} - \gamma \cancel{dV}$$

$$\begin{cases} \rho \cdot \dfrac{dv_z}{dt} = -\dfrac{\partial p}{\partial z} - \gamma ; \\ \rho \cdot \dfrac{dv_x}{dt} = -\dfrac{\partial p}{\partial x} ; \quad \rho \cdot \dfrac{dv_y}{dt} = -\dfrac{\partial p}{\partial y} \end{cases}$$

$$\rho\left(\vec i \frac{dv_x}{dt} + \vec j \frac{dv_y}{dt} + \vec k \frac{dv_z}{dt}\right) = -\left(\vec i \frac{\partial p}{\partial x} + \vec j \frac{\partial p}{\partial y} + \vec k \frac{\partial p}{\partial z}\right) - \vec k \gamma$$

$\uparrow \vec k \quad \downarrow \vec g$

$-\gamma \vec k = \rho \cdot \vec g$

$-\vec \gamma = \rho \cdot \vec g$

$\gamma = \rho \cdot g$

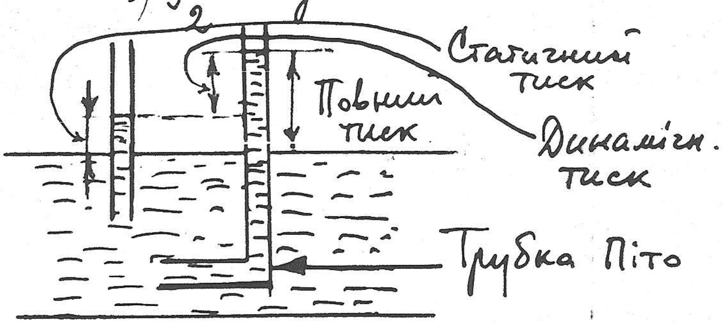
$$\boxed{\rho \frac{d\vec v}{dt} = -\mathrm{grad}\, p + \rho \cdot \vec g}$$ – Рівняння Бернуллі

Для стаціонарної течії нестисливої рідини можна показати (Стрелков, с. 352 та 354), що

$$\boxed{p + \rho g h + \frac{\rho v^2}{2} = const}$$ Р-ня Бернуллі для стаціонарної течії

$\rho \neq \rho(t); \quad v \neq v(t); \quad p \neq p(t)$

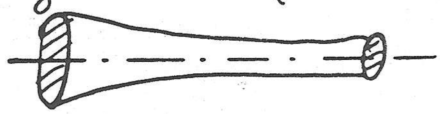
1) p – статичний тиск; 2) $\rho g h$ – зовнішн. тиск; 3) $\frac{\rho v^2}{2}$ – динамічний тиск.



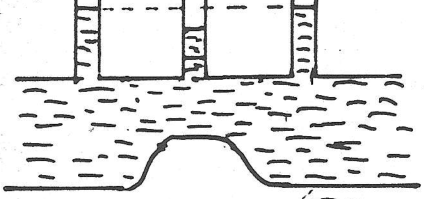
$\left(p + \frac{\rho v^2}{2}\right)$ – повний тиск

Якщо трубка течії має різні перерізи, але її вісь розміщена горизонтально ($h = const$) то $\frac{\rho v^2}{2} + p = const$

Повний тиск зберігається!

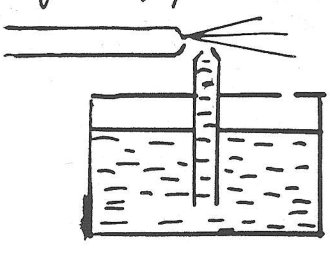


Висновки: 1) Стат. тиск більший там, де швидкість менша, тобто там, де більший переріз:



Збільшення швидкості потока у місці, де менш. переріз, витікає із умови нерозривності потоку: $v \cdot S = c$

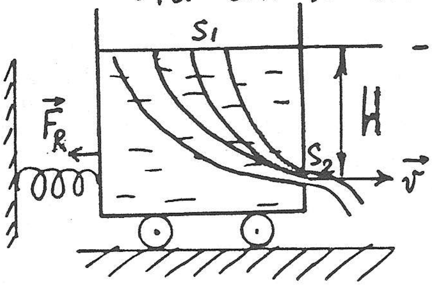
2) В струмені (статичний) тиск завжди менший, ніж у нерухомій рідині



При великих швидкостях тиск може стати меншим за атмосферний: рідина буде підніматись вгору

Пульверізатор, карбюратор

Задача: Визначити швидкість витікання ідеальної нестисної рідини через малий отвір у боковій стінці або у дні посудини.



– вільна поверхня, на яку діє атм. тиск p_0

$S_2 \ll S_1 \Rightarrow v \gg v_1$

$$\cancel{p_0} + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = \cancel{p_0} + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g h_2$$

$v \gg v_1 \Rightarrow$ $\quad v^2 \approx 2g(h_1 - h_2) \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{2gH}}$ Формула Торрічеллі

Висновки:

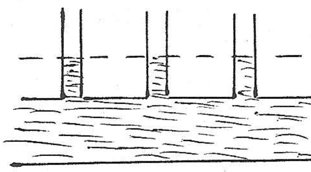
1) шв. витікання співпадає із шв., яку набуває тіло, що падає з висоти H;

2) $v = \sqrt{2gH(t)} \neq const$

3) За законом збереження імпульсу повинен змінюватись імп. посудини із рідиною $\Rightarrow$ на посудину з боку рідини діє сила F_R в напрямі, протилежному витіканню рідини.

$$\vec{F}_R = -\frac{\Delta \vec{K}}{\Delta t} = -\overbrace{\rho S \underbrace{v \cdot \Delta t}_{\Delta l}}^{\Delta m} \cdot \vec{v} \cdot \frac{1}{\Delta t}; \quad F_R = \rho S v^2 \overset{v=\sqrt{2gH}}{=} 2gH\rho S$$

4) Реактивна сила F_R удвічі більша за силу тиску на пробку, що закриває отвір.



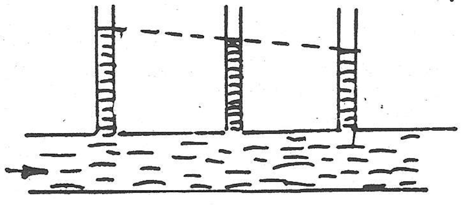
Ідеальні рідини – відсутнє внутрішнє тертя (в'язкість) – це абстракція.

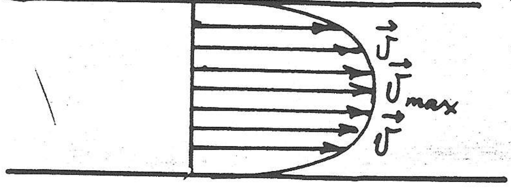
Рух в'язких рідин

Сили в'язкого (внутрішнього) тертя – сили, що діють між шарами рідини дотично до поверхні дотикання шарів.

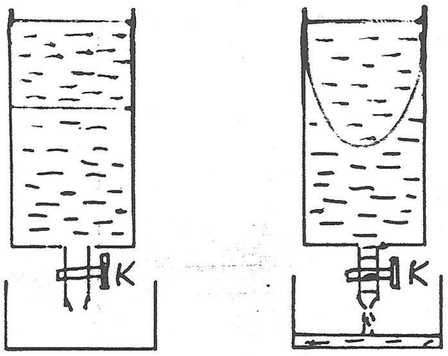
Сили в'язкості діють лише у рухомих рідинах або газах.

Реальні рідини →



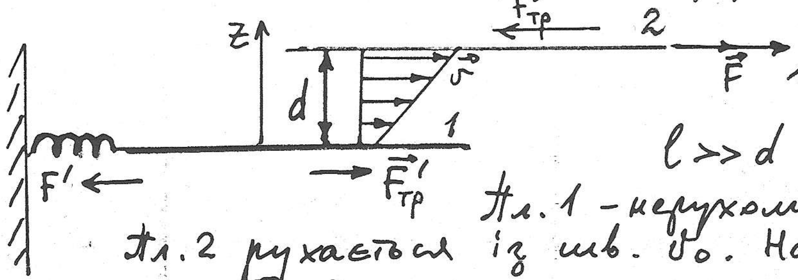


В'язкість проявляє себе у тому, що рух, який виник у рідині або в газі, після зупинки дії причини, яка його викликала, поступово припиняється.



При русі рідини межа поділу набуває форми параболоїда обертання

2 пластини, занурені у в'язку рідину



Експер.

$l >> d$; $\boxed{v(z) = \frac{v_0}{d} z}$

Пл. 1 – нерухома

Пл. 2 рухається із шв. v_0. На неї діє сила $\vec F$. Рух без прискорення $\Rightarrow \vec F_{тр} = -\vec F$

$F_{тр}$ – сила в'язкого тертя.

Щоб пл. 1 знаходилась у стані спокою, до неї треба прикласти також силу $\vec F'$, але протилежно направлену до $F'_{тр}$.

Ньютон (експеримент) показав, що $\boxed{F'_{тр} = \eta \frac{v_0}{d} S}$

η – коеф. внутр. тертя (коеф. в'язк.).

$[\eta]$ = Паскаль · сек (СІ) = $\frac{Н \cdot с}{м^2}$

$[\eta]$ = пуаз (СГС) = $\frac{г}{см \cdot с}$.

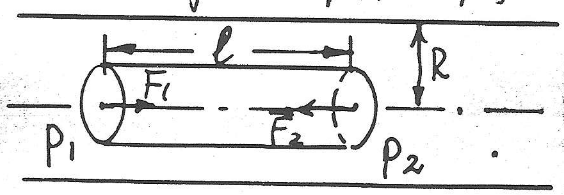
Частинки рідини біля поверхні пластини прилипають до неї і мають ту ж шв., що і пластин

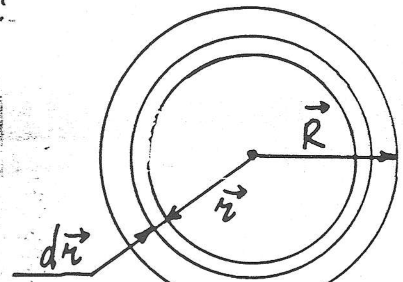
$v(z) = \frac{v_0}{d} \cdot z \Rightarrow \left|\frac{dv}{dz}\right| = \frac{v_0}{d}$ | Суміжний шар: $(dv/dz) \neq 0$ (рос. – „граничный слой").

$$\boxed{F_{тр} = \eta \left|\frac{dv}{dz}\right| \cdot S}$$ Формула Ньютона

Речовина	В'язкість, пуаз. (при 15°C)
Гліцерін	15
Вода	$1.1 \cdot 10^{-2}$
Ртуть	$1.6 \cdot 10^{-2}$
Ефір	$0.25 \cdot 10^{-2}$
Кисень	$1.95 \cdot 10^{-4}$
Повітря	$1.81 \cdot 10^{-4}$

Закон зміни швидкості руху рідини у перерізі труби





$$F=(p_1-p_2)\,\pi r^2 \quad (1)$$

На бічну поверхню циліндра діє сила тертя

$$F_{тр}=\eta\cdot S\cdot\frac{dv}{dr}=\eta\cdot 2\pi r l\cdot\frac{dv}{dr} \quad (2)$$

Для стаціонарного потоку $F=F_{тр}$

$$(p_1-p_2)\,\pi r^2=2\pi\eta r l\,\frac{dv}{dr} \quad (3)$$

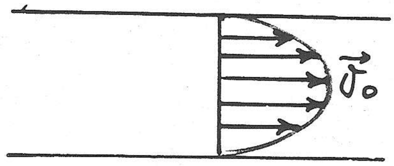
$$\frac{dv}{dr}<0 \Rightarrow (p_1-p_2)\,r=-2\eta l\,\frac{dv}{dr}$$

$$dv=-\frac{p_1-p_2}{2\eta l}\cdot r\,dr$$

$$C=\frac{p_1-p_2}{4\eta l}R^2$$

$$v=-\frac{p_1-p_2}{4\eta l}r^2+C. \quad \text{Для } r=R:\ v=0$$

$$(4)\quad \boxed{v(r)=\frac{p_1-p_2}{4\eta l}\left(R^2-r^2\right)}$$

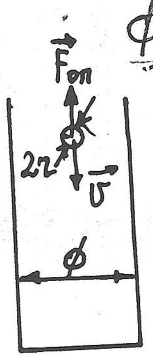


Макс. швидкість рідина має на осі труби

$$v_0=\frac{p_1-p_2}{4\eta l}\cdot R^2 \quad (5) \qquad v_0=v(r=0).$$

$$(5)\to(4):\quad \boxed{v(r)=v_0\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)} \quad (6)$$

Формула Стокса



1) Тіло падає з невеликою швидкістю
2) $\phi \gg 2r$

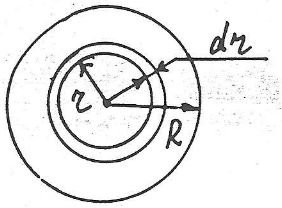
Стокс встановив, що сила опору

$F_{оп}\sim\eta, v, l$ (l - характерний розмір)

$$F_{оп}=k\cdot\eta v l \qquad \boxed{F_{оп}=6\pi\eta r v}$$

Для сфери $l=r$, а $k=6\pi$

Формула Пуазейля



Треба визначити об'єм (Q) рідини, що протікає через поперечний переріз труби за проміжок часу t

Площа кільця $dS = 2\pi r \cdot dr$

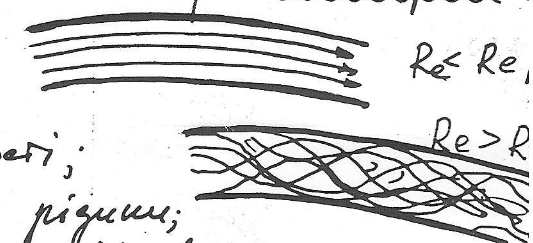
$$dV = v\cdot t\cdot dS = 2\pi r\cdot v\cdot t\cdot dr \underset{\uparrow (4)}{=} \frac{p_1-p_2}{2\eta l}\pi t(R^2-r^2)r$$

$$V = \frac{p_1-p_2}{2\eta l}\pi t\int_0^R (R^2-r^2)\,r\,dr = \frac{p_1-p_2}{2\eta l}\pi t\left(\frac{R^4}{2}-\frac{R^4}{4}\right.$$

$$\boxed{V = \frac{\pi R^4}{8\eta l}(p_1-p_2)\cdot t}$$ Формула Пуазейля

$$Q = \frac{V}{t};\quad Q\sim R^4;\quad Q\sim\frac{1}{l};\quad Q\sim\Delta p;\quad Q\sim\frac{1}{\eta}$$

Формула Пуазейля справедлива лише для ламінарних потоків рідини.



Турбулентна течія:
- при збільшенні швидкості;
- перемішування шарів рідини;
- шв. частинок і елем. об'ємів весь час хаоти змінюється. Течія нестаціонарна.

Англієць Рейнольдс ввів критерій х-ра течії:

$$\boxed{Re = \frac{\rho v l}{\eta}}$$

[Re] - безрозмірна величина

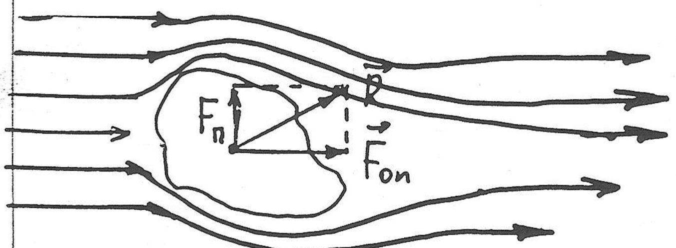
l - характерний розмір

$Re_{кр}$ характеризує перехід від ламінарної до турбулентної течії $Re_{кр} \approx 1000$ для $l =$

Рух тіл в рідинах та газах

Характер взаємодії між тілом і рідиною залежить від їхньої відносної швидкості.

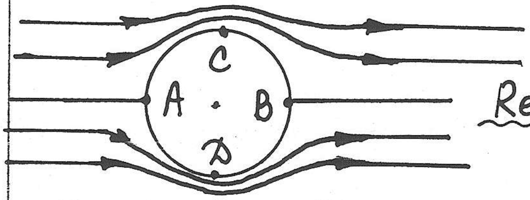
З механічного принципу відносності (подібності) випливає, що сила взаємодії однакова як у випадку руху тв. тіла в нерухомій рідині, так і у випадку обтікання нерухомого тіла рідиною, що рухається. (Приклад: літак, що летить, і літак, що знаходиться у аеродинамічній трубі.)



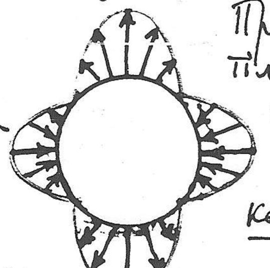
$F_{оп}$ - сила лобового опору

$F_п$ - підіймальна сила

Для симетричного тіла, вісь симетрії якого збігається з напрямом потоку, $F_п = 0$



Re - мале

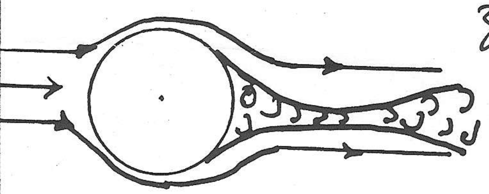


При розміщені тіл у стаціонарному потоці ідеальної (нев'язкої) рідини сила $F_{оп} = 0$!

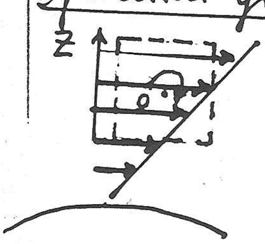
Не тільки $F_п = 0$, але і $F_{оп} = 0$ — парадокс д'Аламбера

В'язкість обумовлює лобовий опір!

Re - велике - лінії течії перестають замикатись за циліндром і „відриваються" від нього, утворюють вихорі в обл. пониженого тиску. До лобового опору додається опір тиску.



Причини утворення вихорів



$\frac{dv}{dz} \neq 0$ — результат врахування в'язкості рідини.

Елементарний об'єм в суміжному шарі (де $(dv/dz) \neq 0$) має момент імпульсу відносно осі, що проходить через т. O перпендикулярно до напряму течії. Такий елемент об'єму рідини при певних умовах відривається від поверхні тіла, утворюючи вихор.

Лобовий опір складається із опору тертя (в'язкого опору) та опору тиску.

Опір тиску сильно залежить від форми тіла та швидкості.

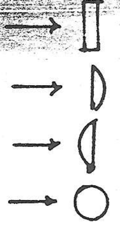
Співвідношення між опором тертя і опором тиску визначається числом Рейнольдса:

при $R < R_{кр}$ визначальну роль грає опір тертя

при $R > R_{кр}$ в лобовому опорі переважає опір тиску

У випадку Re - велике сила лобового опору через великий опір тиску

$$F_{оп} = C_x(Re)\cdot S\cdot \frac{\rho v^2}{2}$$

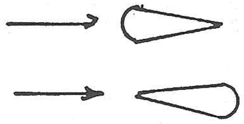


$C_x = 1.1$

1.4 W

0.3 ÷ 0.4

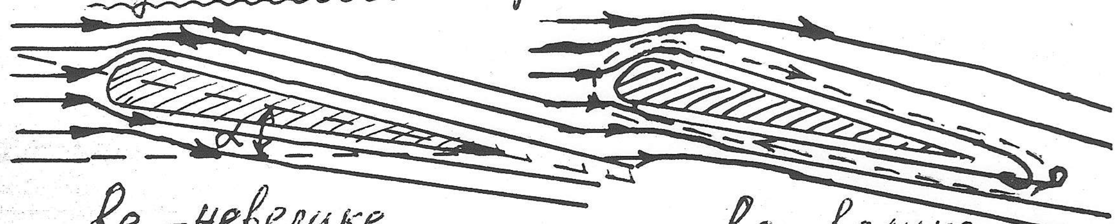
0.4



$C_x = 0.045$ W

0.1

Піднімальна сила крила літака



Re - невелике

α - кут атаки

Re - велике (виникають вихорі

При великих значеннях Re навколо крила відбувається циркуляція повітря у напрямі, протилежному напряму обертання вихорів.

Ця циркуляція течії додається до течії повітря назустріч крилу.

В результаті шв. повітря над крилом буде більша, ніж під крилом.

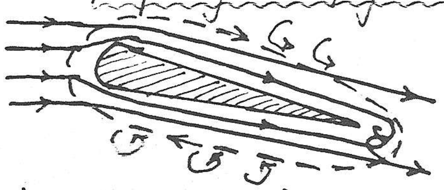
За рівнянням Бернуллі: тиск під крилом збільшується, а над крилом зменшується

$$p_н - p_в = \frac{\rho}{2}\left(v_в^2 - v_н^2\right) \qquad (1)$$

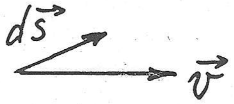
Зауваження: 1) виникнення вихорів і циркуляції повітря навколо крила є дуже важливий елемент фізики піднімальної сили;

2) але підніймальну силу крила можна пояснити і без введення вихорів та циркуляції (випадок малих Re). У цьому випадку середовище може бути і ідеальним (нев'язким); 3) у випадку Re-велике виникнення підніймальної сили є наслідком дії сил в'язкості.

Формула Жуковського



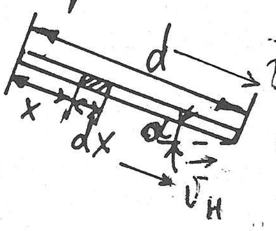
Біля крила потік повітря розглядається як 2 потоки: 1) неперервне обтікання крила ідеальною рідиною, лінії течії - плавно вигнуті лінії; 2) циркулярне обтікання навколо крила. Цей рух відповідає умові: циркуляція швидкості по будь-якому замкненому контуру, що охоплює крило, є величиною сталою



$$\Gamma_0 = \oint \vec{v}\, d\vec{s} = \oint v_s \cdot ds$$

v_s - проекція $\vec{v}$ на дотичну до елемента контура $d\vec{s}$

Жуковський замінив крило на пластинку і



показав, що $\Gamma_0 = \frac{1}{2}\pi d v \alpha$ (2)

Треба знайти підніім. силу F_n

α - кут атаки

Елемент крила (пластинки) шириною dx та довжиною l підпадає під дію сили

$$dF_n = (p_н - p_в)\, l\, dx \quad (1)$$

$$F_n = \int_0^d (p_н - p_в)\, l\, dx \overset{(1)}{=} \int_0^d \frac{\rho(v_в^2 - v_н^2)}{2}\, l \cdot dx =$$

$$= \frac{\rho}{2}\int_0^d (v_в+v_н)(v_в-v_н)\,l\,dx = \frac{\rho}{2}\int_0^d 2v_0(v_в-v_н)\,l\,dx =$$

За визначенням $\int_0^d (v_в - v_н)\,dx = \Gamma_0$

при малих кутах атаки $v_в + v_н \approx 2v_0$

Γ_0 – величина циркуляції навколо крила.

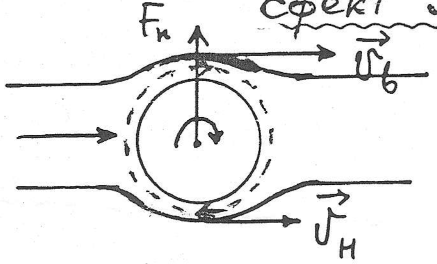
$\boxed{F_п = \rho l \Gamma_0 v_0}$ Формула Жуковського

Через те, що $\Gamma_0 \sim \alpha, v$, то

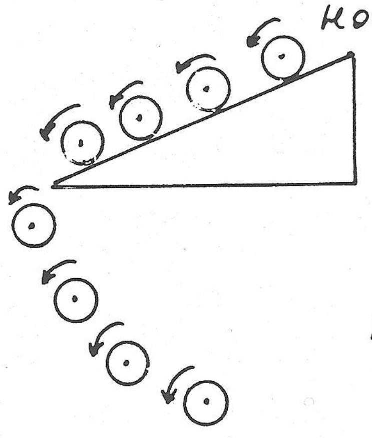
$F_п \sim v^2$; $F_п \sim \alpha$; $F_п \sim \rho$

Висновки теорії добре співпадають з результатами дослідів.

Ефект Магнуса



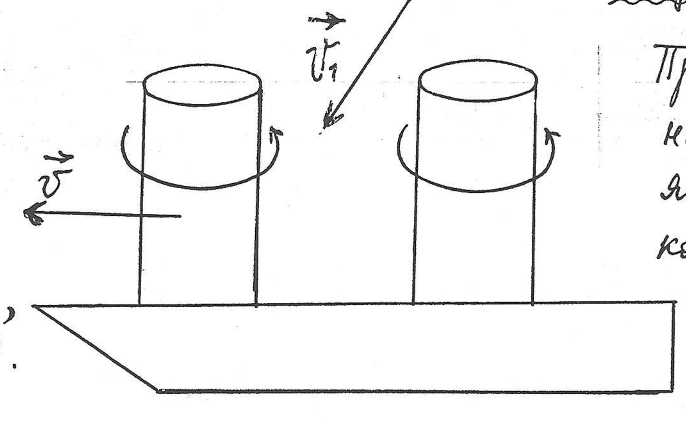
Обтікання в'язкою рідиною симетричного тіла, що обертається. Частинки рідини (газу) прилипають до поверхні тіла, виникає $F_п$ – підіймальна сила. Штрихова лінія (– – –) – напрям циркуляційного потоку



Якщо циліндр примусити оберта-тись, то в потоці рідини або газ на такий циліндр діятиме підні-мальна сила, яка за напрямом перпендикулярна до напряму поток

Роторний корабель

Ідея належить К. Флеттнеру: замість вітрил – вітросилові башти (циліндри, що обертаються).



При боковому вітрі ($\vec{v}_1$ на циліндри діє сил яка по відношенню корабля є тягою